

Exercices sur les fonctions

Exercice 1

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f_1(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

b) $f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}}$

c) $f_3(x) = \sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$

d) $f_4(x) = \frac{1}{\sin(x) - \cos(x)}$

e) $f_5(x) = \sqrt{(x-1)(x-5)(x-7)}$

Exercice 2

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x}}{\ln(x) + x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln x (\ln(\ln x))$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) - \ln(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln(\sin x) - \ln x)$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-\sqrt{x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2}}{x}$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x}$

Exercice 3

Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{3x+4}}{\sqrt{x+1} - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - \sqrt{x^2 + 1}}$

Exercice 4

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cos(e^x)}{x^2 + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x - \sin x}$

Exercice 5

Etudier l'existence d'une limite, d'une limite à gauche, d'une limite à droite au point 0 pour la fonction

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{1 + x + \frac{|x|}{x}}\right)$$

Exercice 6

Montrer directement que la fonction $f(x) = \sin(\cos x)$ est continue sur \mathbb{R} .

Exercice 7

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^2 \ln\left(\frac{1+x}{x}\right)$.

a) Donner l'ensemble de définition de f .

b) Montrer que f est prolongeable par continuité en 0.

Exercice 8

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

a) $f_1(x) = (3x^2 + 5x - 1)^4$

b) $f_2(x) = \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$

c) $f_3(x) = \frac{1}{\cos \sqrt{x}}$

d) $f_4(x) = (x+1)\sqrt{x+2}$

e) $f_5(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{2x + 1}$

f) $f_6(x) = \cos^3(\sqrt{x})$

g) $f_7(x) = \sin^3(x^4)$

h) $f_8(x) = 6 \sin^2(x) \cos(2x)$