

## Exercices sur les nombres complexes

### Exercice 1

1/ Déterminer les parties réelle et imaginaire de :  $z = \frac{(1+i)^2}{(1-i)^3}$ . Donner sa forme

trigonométrique.

2/ Soit  $z = \sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}$ . Calculer  $z^2$ , puis déterminer le module et un argument de  $z$ .

3/ Soit  $\theta \in [0; 2\pi]$ . Déterminer le module et un argument de  $e^{i\theta} + 1$  et  $e^{i\theta} - 1$ .

### Exercice 2

Linéariser les expressions trigonométriques suivantes :

a)  $\cos(2x)\sin^3(x)$

b)  $\cos^2(x)\sin(2x)\cos(3x)$

### Exercice 3

Calculer la somme :

$$S = \cos\left(\frac{\pi}{11}\right) + \cos\left(3\frac{\pi}{11}\right) + \cos\left(5\frac{\pi}{11}\right) + \cos\left(7\frac{\pi}{11}\right) + \cos\left(9\frac{\pi}{11}\right).$$

### Exercice 4

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes :

a)  $z^2 + z + 1 = 0$

b)  $z^4 = i$

c)  $z^3 = -(2+i)^3$

### Exercice 5

Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation ou l'inéquation suivante :

a)  $2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

b)  $\sin(x) \leq -\frac{1}{2}$

### Exercice 6

Déterminer l'ensemble des nombres complexes  $z$  tels que :

a)  $|z| = |z - 6 + 5i|$

b)  $z(2\bar{z} + 1) = 1$

c)  $\frac{z + 4i}{5z - 3} \in \mathbb{R}$

d)  $\operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = 0$